

II-130 ひずみ波駆動三相誘導電動機の始動時過渡現象

松 瀬 貢 規
西 山 栄 枝
高 木 亀 一

Starting Transient Phenomena of Three Phase Induction Motors driven by Distorted Waves.

Koki MATSUSE
Sakae NISHIYAMA
Kameichi TAKAGI

Abstract

In this paper, to investigate the starting transient phenomena of three phase induction motors driven by distorted wave sources, the authors describe the source waveforms by Fourier Series, and obtain the starting transient current equation and the starting transient torque equation by applying the Method of Instantaneous Symmetrical Coordinate, the Principle of Superposition, the Poly-Axis Matrix Theory and the Laplace Transformation, and also use the motional equation.

By using theses equations, simultaneously they attempt a numerical analysis of the starting transient phenomena of the Three phase I · M by using a digital computer.

In an example of the calculation, the Nth harmonic voltage of the supply waveform is assumed : ① $1/n$, ② $1/n^2$ times that of the fundamental.

calculations of the starting transient characteristics are made for the following three cases of supply waveforms, and the effect of the harmonic components is described. ①fundamental only, ②including the 5th harmonic, ③including the 5th and 7th harmonics.

§ 1. まえがき

最近、大容量で信頼性の高い、そして多様な用途に応じた S・C・R の開発に伴い、S・C・R インバータなどを用いた三相誘導電動機(三相 I・M)による速度制御方式が、従来の直流電動機や三相整流子電動機などの整流子機による速度制御方式に取って代わろうとしている。誘導電動機は無整流子機であるため、構造が簡明であり、堅牢であり、そして電源周波数の変化に

より速度が制御できるからである。

そこで、三相 I・M を S・C・R インバータなどの可変周波数電源により駆動する場合は電源電圧波形がいわゆる正弦波ではなく、高調波成分を含む矩形波のようなひずみ波となる。

筆者らは、先に正弦波電圧駆動による三相 I・M の始動時過渡現象を種々の方法により解明してきた⁽¹⁾⁻⁽³⁾、その現象に関する研究も行なわれている⁽⁴⁾。しかし、歪波電圧駆動時には正弦波電圧駆動時の解析で

は解明しえない新しい現象が生じる。最近原島氏らや関口氏は実時間での状態推移法⁽⁵⁾やZ変換法⁽⁶⁾を巧みに適用して、インバータ電源駆動時における過渡状態や定常状態の解析を行った。そして、T, A, Lipo⁽⁹⁾氏らやЗФЕНДИЗАБ, А.А⁽¹⁰⁾氏の論文には、方形波電圧駆動により、定常時に発生する電源の6の倍数の周波数で振動するトルクや始動時間などの問題が論じられているが、いわゆる電源電圧の歪波、即ち高調波成分が始動時過渡特性および定常特性に与える影響については詳細には論じられていない。その他、従来の論文では電源電圧の高調波の影響を静特性について論じているが、始動時過渡特性についてはまだ発表されていない。

本論文では、歪波の電源電圧をフーリエ級数で展開して表わし、重畳の理、瞬時対称座標法ならびにラプラス変換法などを用いて、三相 I・M の始動時過渡現象を解析した結果、その特性の高調波成分による影響が明らかになったので報告する^{(11), (12)}。

特に、本論文は、瞬時対称座標法を、ひずみ波電源電圧で駆動する場合にまで拡張する新しい解析方法を考案し、その方法を用いて、ひずみ波による特性の影響を論じた点に特色がある。

§ 2. 歪波駆動による三相 I・M の始動時過渡現象の解析

(2.1) 解析における基本仮定

解析に先だち、以下の仮定が成立するものとする。

(1) I・M は電氣的に線形であり、正弦波電圧駆動時の一般的仮定が成立する。

(2) 線形であるため、重畳の理が電氣的過渡現象についてでも成立する。

(3) 電源電圧波形は時間的には歪波であるが、空間的には正弦波状磁束分布を作る。

(4) 抵抗やインダクタンスなどの回路定数は周波数によって変化しない。

(2.2) 一般電圧波形の瞬時対称座標法表示

電源電圧の波形として周期的な非正弦波が対称三相の相電圧に与えられたとする。この歪波の相電圧、 e_a, e_b, e_c は高調波成分の合成されたものとし、フーリエ級数で表示すると一般に (1) 式のような形式で表わされる。ここで、電源および三相 I・M が三相対称であり、I・M は星形結線で中性線がないので、3 の倍数の高調波成分は線間電圧に現われても、相電圧には存在しないことは周知のことである。また、直流分や残留磁気は存在しないものとする。

$$\begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \begin{pmatrix} 1, & & \\ & \alpha^{2(n+2)}, & \\ & & \alpha^{(n+2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)} \varepsilon^{jn\omega t} + \begin{pmatrix} 1, & & \\ & \alpha^{(n+2)}, & \\ & & \alpha^{2(n+2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)}^* \varepsilon^{-jn\omega t} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

但し、 $n=1, 5, 7, 11, 13, \dots\dots$

$a = \varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi}$ $E_{(n)}$; n 次高調波の相電圧実効値 (V)
 φ_n ; n 次高調波位相角 (rad)

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)} = \begin{pmatrix} E_{(n)} \varepsilon^{j\varphi_n} \\ E_{(n)} \varepsilon^{j(\varphi_n - \frac{2}{3}\pi)} \\ E_{(n)} \varepsilon^{j(\varphi_n - \frac{4}{3}\pi)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{E}_b \\ \dot{E}_c \end{pmatrix}_{(n)}^* = \begin{pmatrix} E_{(n)} \varepsilon^{-j\varphi_n} \\ E_{(n)} \varepsilon^{-j(\varphi_n - \frac{2}{3}\pi)} \\ E_{(n)} \varepsilon^{-j(\varphi_n - \frac{4}{3}\pi)} \end{pmatrix},$$

(1) 式で表わされた e_a, e_b, e_c を変換行列 A を使用して、瞬時対称座標法で表示した電圧 e_0, e_1, e_2 に変換する。即ち、その電圧 e_0, e_1, e_2 は (1) 式の両辺に左から A^{-1} を掛けて得られ、(2) 式となる。

$$\begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{E}_{1(1)} \varepsilon^{j\omega t} + \dot{E}_{1(5)}^* \varepsilon^{-j5\omega t} \\ \dot{E}_{1(1)}^* \varepsilon^{-j\omega t} + \dot{E}_{1(5)} \varepsilon^{j5\omega t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{E}_{1(7)} \varepsilon^{j7\omega t} + \dot{E}_{1(11)}^* \varepsilon^{-j11\omega t} + \dots\dots\dots \\ \dot{E}_{1(7)}^* \varepsilon^{-j7\omega t} + \dot{E}_{1(11)} \varepsilon^{j11\omega t} + \dots\dots\dots \end{pmatrix} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

但し、

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 1, & a^2, & a \\ 1, & a, & a^2 \end{pmatrix}, \quad E_{1(n)} = \sqrt{3} E_{a(n)}$$

(2.3) 電圧、電流方程式

三相 I・M の電圧、電流方程式を瞬時対称座標法で表示する。対称分で表わされた方程式の零相分を除き (零相電流は存在しないので)、整流行列 K で座標変換し、逆相分は正相分の共役量であるので、正相分だけの電圧、電流方程式を書けば (3) 式となる。(3) 式において、電圧、 $e_{11}, e_{21} \varepsilon^{j\theta}$ および電流 $i_1^1, i_2 \varepsilon^{j\theta}$ は瞬時値であり、高調波成分の合成されたものである。

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21} \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P \left(l_1 + \frac{3}{2} L_1 \right), & \frac{3}{2} MP \\ \frac{3}{2} M (P - j\omega'), & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ j_2^1 \varepsilon^{j\theta} \end{pmatrix} \times (P - j\omega') \dots\dots\dots (3)$$

但し, R_1, R_2 ; 1次, 2次の1相分巻線抵抗(Ω)

L_1, L_2 ; 1次, 2次の1相分主自己インダクタンス(H)

L_{11}, L_{22} ; 1次, 2次の1相分漏れインダクタンス(H)

ω' ; 回転子の電氣的回転角速度(rad/sec)

e_{11}, i_1^1 ; 1次正相分瞬時電圧(V)および瞬時電流(A)

$e_{21}\varepsilon^{j\theta}, i_2^1\varepsilon^{j\theta}$; 2次正相分瞬時電圧(V)および瞬時電流(A)

P ; 演算子

$$K = \begin{bmatrix} 1, & 1, \\ \varepsilon^{-j\theta}, & \varepsilon^{j\theta} \end{bmatrix}$$

(2.4) トルク方程式

一般に2つの電源を持つ電磁系での磁気エネルギー $W_m[J]$ は磁気飽和のない線形の場合には(4)式で表わされる。

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + L_{12} i_1 i_2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

トルク, $T[N \cdot m]$ は(5)式で表わされる。

$$T = \frac{dW_m}{d\theta_m} = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_{11}}{d\theta_m} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_{22}}{d\theta_m} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\theta_m} \quad \dots\dots\dots(5)$$

但し, i_1, i_2 ; 1次2次巻線電流(A)

L_{11}, L_{22} ; 1次, 2次巻線の自己インダクタンス

L_{12} ; 1次, 2次間の相互インダクタンス

θ_m ; 巻線軸の角変位 (機械角変位)

さて, 三相 $I \cdot M$ においては, エアー・ギャップが一樣である為, L_{11} および L_{22} は θ_m に関して変化しない。また, (5)式の1次, 2次の電流 i_1, i_2 を行列で表わし, 三相 $I \cdot M$ における1次と2次の間の相互インダクタ

ンスを L_{12} に代入し, $q\theta_m = \theta$ なる関係より, 三相 $I \cdot M$ の発生トルク(6)式をうる。

$$T = q \begin{bmatrix} i_1^a \\ i_1^b \\ i_1^c \end{bmatrix}_t^* \frac{dM}{d\theta} \begin{bmatrix} \cos\theta, \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right), \cos\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right), \cos\theta, \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right), \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right), \cos\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_2^a \\ i_2^b \\ i_2^c \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(6)式において, q は極対数, 電流は瞬時値であり, 一般に, 高調波成分の合成されたもので極形式で表わす。このことを考慮し, 電流を行列 A を用い, 瞬時対称分で表わした場合の発生トルクは(7)式となる。

$$T = \frac{3}{2} M q \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} i_1^{\circ} \\ i_1^1 \end{bmatrix}_{(n)t}^* \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} 0, \\ \varepsilon^{i\theta}, \\ \varepsilon^{-j\theta} \end{bmatrix} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} i_2^{\circ} \\ i_2^1 \end{bmatrix}_{(m)} \quad \dots\dots\dots(7)$$

但し, $n, m = 1, 5, 7, 11, 13, \dots\dots$

(7)式の n, n に $1, 5, 7, \dots\dots$ を代入し, 計算して整理すると, 瞬時対称座標法による各高調波の瞬時電流で表示したひずみ波電圧駆動時の発生トルク(8)式をうる。(8)式は, 電圧に基本波, 第5次および第7次高調波成分まで含まれる場合の発生トルクの式である。任意の高調波が電圧に含まれる場合には, (7)式の n, m にその高調波の次数を代入してトルクの式を求めればよい。また, (8)式は見かけ上は複素数で表わされているが, 各電流の値を代入して計算すれば, 当然, その値は実数となる。

$$T = \frac{3}{2} M q \{ i_1^{2(1)} i_1^{1(2)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(1)} i_1^{2(2)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(1)} i_1^{1(5)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(1)} i_1^{2(5)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(5)} i_1^{1(1)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(5)} i_1^{2(1)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(1)} i_1^{1(7)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(1)} i_1^{2(7)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(7)} i_1^{1(1)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(7)} i_1^{2(1)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(1)} i_1^{1(5)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(1)} i_1^{2(5)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(5)} i_1^{1(7)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(5)} i_1^{2(7)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(7)} i_1^{1(5)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(7)} i_1^{2(5)} \varepsilon^{-j\theta} \} + \{ i_1^{2(5)} i_1^{1(7)} \varepsilon^{j\theta} - i_1^{1(5)} i_1^{2(7)} \varepsilon^{-j\theta} \} \} \quad \dots\dots\dots(8)$$

(2.5) 回転機の運動方程式

電圧, 電流方程式は回転数を一定にして求めているが, 電気系だけの過渡現象を論じる場合は, 回転機の電流, 電圧方程式とトルク方程式が必要であるが, 運動方程式は必要ではない。しかし, 前述の如く, 静止している三相 $I \cdot M$ に電源を投入した時の現象は, 電

気系と共に機械的に過渡現象が生じる。即ち, 回転子が回転し始める。そこで, その機械系の現象を解析する為に回転機の運動方程式も必要となり, その方程式は, 一般に, (9)式で与えられる。

$$T = \frac{J}{q} \frac{d\omega'}{dt} + \frac{D_T \omega'}{q} + T_L \quad \dots\dots\dots(9)$$

但し、 T : 発生トルク $[N \cdot m]$ J : 回転体の慣性モーメント $[Nmsec^2/rad]$

D_r : 制動係数 $[N \cdot m/sec/rad]$ T_L ; 一定負荷 $[N \cdot m]$

(2.6) 瞬時対称座標法表示による過渡電流

電圧、電流の方程式の(3)式においては、電流も電圧も高調波成分されたものとして表わされた。電氣的に線形であるとの仮定に基き、この方程式を各高調波に分割した電圧、電流方程式で書きかえると(10)式となる。但し、 $n=1, 5, 7, 11, \dots$ である。

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21}\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \begin{pmatrix} P_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P - j\omega'), R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \end{pmatrix} \times (P - j\omega') \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega'), -\frac{3}{2}MP \\ -\frac{3}{2}M(P - j\omega'), R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{2}\epsilon^{jn\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\text{但し} \quad \Delta = \left\{ R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \right\} \left\{ R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P - j\omega') \right\} - \frac{9}{4}M^2P(P - j\omega')$$

(9)式の計算は文献(5)にも述べている如く、(11)式をラプラス変換して行なう。この計算はステップ状に電圧を投入した場合の解であるが、スイッチ投入前は電流も電圧も存在しないとして計算を行なう。前述の条件を考慮して(11)式をラプラス変換すると(12)式となる。ここで、電流を行列 $[i]$ で表わす。

$$K\{S^2L[i] - (\lambda_1 + \lambda_2)SL[i] + \lambda_1\lambda_2\rho[i]\} = \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \frac{\dot{E}_{1(n)}/\sqrt{2}}{(S - jn\omega)} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\begin{pmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t)\epsilon^{j\theta} \end{pmatrix}_{(n)} = \frac{1}{K(\lambda_1 - jn\omega)(\lambda_2 - jn\omega)} \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)jn(\omega - \omega') \\ -jn(\omega - \omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{E_{1(n)}}{\sqrt{2}}\epsilon^{n\omega t} + \frac{1}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} \left\{ \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_1 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -(\lambda_1 - j\omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{E_{1(n)}}{\sqrt{3}(\lambda_1 - jn\omega)}\epsilon^{\lambda_1 t} - \begin{pmatrix} R_2 + (\lambda_2 - j\omega')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \\ -(\lambda_2 - j\omega')\frac{3}{2}M \end{pmatrix} \frac{E_{1(n)}}{\sqrt{2}(\lambda_2 - jn\omega)}\epsilon^{\lambda_2 t} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{ただし、} \quad \Delta = K(P - \lambda_1)(P - \lambda_2) \quad \sigma = 1 - \frac{9}{4}M^2 / \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1 \right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right)$$

$$K = \sigma \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1 \right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right), \quad x_1 = R_1 / l_1 + \frac{3}{2}L_1, \quad x_2 = R_2 / l_2 + \frac{3}{2}L_2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + 4(1 - \sigma)x_1x_2}{\sigma}}$$

(10)式に(2)式で与えられた各高調波電圧の成分を代入して、ステップ状に電圧を印加した時の過渡電流をラプラス変換法を用いて計算する。この計算において、電氣的回転角速度 ω' の変化は電氣的な過渡現象に対して非常に緩慢であるので一定とする。(2)式からわかるように $e_{11(n)}$, $e_{12(n)}$ は (i) $n=1, 7, 13, \dots$ に対する形式、および、(ii) $n=5, 11, 17, \dots$ に対する形式との種類に分割でき、その各々はそれぞれ統一的に扱うことができる。また、2次入力がないとすれば、 $e_{21(n)}\epsilon^{-j\theta}$ および $e_{22(n)}\epsilon^{-j\theta}$ は (i) と (ii) の場合ともに零である。そこで過渡電流は以下の如く分けて計算される。

(i) 第1, 7, 13, \dots 次高調波電圧に対応する過渡電流。

上記高調波電圧に対応する過渡電流は(2)式ならびに(10)式から、(11)式を解いて得られる。

$$L[i] = \frac{\begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(S - j\omega') \\ -\frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{pmatrix} \frac{E_{1(n)}}{\sqrt{2}}}{K(S - \lambda_1)(S - \lambda_2)(S - jn\omega)} \quad \dots\dots\dots(13)$$

(13)式をラプラス逆変換すれば、過渡電流 $[i]$ が求められる。結局、第1, 7, 13, \dots 次高調波過渡電流の1次および2次の正相分は(14)式となる。

$$\lambda_1 = \alpha_1 + j\beta_1, \quad \lambda_2 = \alpha_2 + j\beta_2$$

$$\alpha_1 = -\frac{x_1 + x_2}{1\sigma} \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(x_2 - x_1)^2}{\sigma^2}} + (\omega_0^2 - \omega'^2) \right\}}$$

$$\beta_1 = \frac{\omega'}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(x_2 - x_1)^2}{\sigma^2}} - (\omega_0^2 - \omega'^2) \right\}}$$

また、1次、2次の逆相分過渡電流は、正相分の共役量であるから(15)式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} i_1^2(t) \\ i_2^2(t) \varepsilon^{-j\theta} \end{bmatrix}_{(n)} = \begin{bmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t) \varepsilon^{-j\theta} \end{bmatrix}_{(n)}^* \quad \dots\dots\dots(15)$$

(ii) 第5, 11, 17, …次高調波電圧に対応する過渡電流。

$$\begin{bmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t) \varepsilon^{j\theta} \end{bmatrix}_{(n)} = \frac{1}{K(\lambda_1 + jn\omega)(\lambda_2 + jn\omega)} \left\{ \frac{R_2 - j(n\omega + \omega') \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right)}{\frac{3}{2} M j(n\omega + \omega')} \right\} \frac{E_{1(n)}^*}{\sqrt{2}} \varepsilon^{-jn\omega t}$$

$$+ \frac{1}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} \left\{ \frac{R_2 + (\lambda_1 - j\omega') \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right)}{-\frac{3}{2} M (\lambda_1 - j\omega')} \right\} \frac{\dot{E}_{1(n)}}{\sqrt{2} (\lambda_1 + jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_1 t}$$

$$- \left\{ \frac{R_2 + (\lambda_2 - j\omega') \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right)}{-(\lambda_2 - j\omega') \frac{3}{2} M} \right\} \frac{\dot{E}_{1(n)}^*}{\sqrt{2} (\lambda_2 + jn\omega)} \varepsilon^{\lambda_2 t} \quad \dots\dots\dots(16)$$

(15)式は $n=5, 11, 17, \dots$ の場合にも成立し、これらの n に対する逆相分過渡電流は(15)式と(16)式から求められる。

§ 3 解析結果

(3.1) 始動時過渡電流

(2.6)節において、ラプラス変換法を適用して、瞬時対称座標法で表示した過渡電流を個々の高調波分に対して、それぞれ分割して求めた。そこで、求められた対称分電流を a, b, c 相分の電流に変換するため

$$i_{1a} = \frac{\sqrt{2} E_{(1)}}{K} \left\{ \frac{C_1 \cos \omega t - D_1 \sin \omega t}{(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} + \frac{(C_2 \cos \beta_1 t - D_2 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)} \right.$$

$$+ \frac{(C_3 \cos \beta_2 t - D_3 \sin \beta_2 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)} \left. \right\} + \frac{\sqrt{2} E_{(5)}}{K} \left\{ \frac{C_4 \cos 5\omega t - D_4 \sin 5\omega t}{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)} \right.$$

$$+ \frac{(C_5 \cos \beta_1 t - D_5 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)} + \frac{(C_6 \cos \beta_2 t - D_6 \sin \beta_2 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)} \left. \right\}$$

$$+ \frac{\sqrt{2} E_{(7)}}{K} \left\{ \frac{C_7 \cos 7\omega t - D_7 \sin 7\omega t}{(\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)} + \frac{(C_8 \cos \beta_1 t - D_8 \sin \beta_1 t) \varepsilon^{\alpha_1 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + 7\omega - \beta_1^2)} \right.$$

$$+ \left. \frac{(C_9 \cos \beta_2 t - D_9 \sin \beta_2 t) \varepsilon^{\alpha_2 t}}{(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + 7\omega - \beta_2^2)} \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

ただし

$$C_1 = R_2(\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2) - \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\omega - \omega') (\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2)$$

$$D_1 = R_2(\alpha_2 \omega - \beta_1 + \alpha_1 \omega - \beta_2) + \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\omega - \omega') (\alpha_1 \alpha_2 - \omega - \beta_1 \omega - \beta_2)$$

$$C_2 = (R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_2 \omega - \beta_1) + (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2)$$

これらの次数の高調波電圧に対する過渡電流は(2)式の電圧と(8)式とを用いて計算される。(i)と同じ条件で、(i)と同様にラプラス変換法を用いて、ステップ状に電圧を印加したときの過渡電流を計算する。第5, 11, 17, …次高調波過渡電流1の次および2次の正相分は(16)式で表わされる。

に変換行列 A を使用した(17)式の関係を用いる。

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(17)$$

(14)式～(17)式を用いて、1次 a 相過渡電流の第7次高調波成分まで書くと(18)式となる。ここで、電源投入 a を相電圧が最高の時に行なったとし、高調波電圧の位相角 φ_n を零とした。数値計算する場合には、この式が時間と回転数の関数になっているから、運動方程式からその関係を求めて、代入しなければならない。

$$D_2 = \left(R_2 + \alpha_1 l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 - \alpha_2 \omega - \beta_1 - \alpha_1 \beta_1 - \beta_2) - (\omega' - \beta_1) \left(l_2 + \frac{3}{2} L_2 \right) (\alpha_1 \alpha_1 - \alpha_2 + \omega - \beta_1 \beta_1 - \beta \alpha)$$

$C_3, D_3; C_2, D_2$ で α_1 と α_2, β_1 と β_2 を入れ換えた値。
 $C_4 \sim C_6, D_4 \sim D_6; C_1 \sim C_3, D_1 \sim D_3$ で $\omega - \beta_1$ を $-(5\omega + \beta_1)$ に, $\omega - \beta_2$ を $-(5\omega + \beta_2)$ に, そして, $\omega - \omega'$ を $-(5\omega + \omega')$ に入れ換えた値。 $C_7 \sim C_9, D_7 \sim D_9; C_1 \sim C_3, D_1 \sim D_3$ で ω を 7ω に換えた値。

(3.2) 始動時過渡トルク

三相 I・M を高調波成分を含む歪波電圧で駆動する

$$i_{1(n)}(t) = \frac{\tilde{E}_{1(n)}}{K\sqrt{2}} (\dot{A}_n + \dot{B}_n + \dot{C}_n) = \{i_{1(n)}(t)\}^* \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$i_{2(n)}(t) \varepsilon^{j\theta} = \frac{E_{1(n)}}{K\sqrt{2}} (\dot{a}_n + \dot{b}_n + \dot{c}_n) = \{i_{2(n)}(t) \varepsilon^{-j\theta}\}^* \quad \dots\dots\dots(20)$$

但し, $n=1, 5, 7, 11, 13, \dots\dots$ であるが, $n=5, 11, 17,$ では $E_{1(n)}$ を $E_{1(n)}^*$ とおく。

(19)式, (20)式の如く, 各高調波対称分電流を A_n, \dots, a_n, \dots などのように三つに分割し, $n=1, 5, 7, \dots$ とし, それぞれ(8)式に代入し, 細く分けて計算を行った。基本波成分だけについては, 先に発表した報告に詳しく述べている⁽⁵⁾。過渡電流の計算で行なったと同様に, ここでも, スイッチ投入時を α 相電圧が最大の時であるとし, φ_n は零とした。また, 過渡トルクの数値計算はこのトルクが時間と回転数の関数であるため運動方程式からその関係を得て行なわなければならない。

(19)式は電源電圧が正弦波の場合 (すなわち, 基本波成分のみ) の始動時過渡トルク T_A を表わしている。
 (20)式はひずみ波電圧の第5次高調波成分まで考慮した場合の始動時過渡トルク T_B の計算式である。(附一1)式は第7次高調波成分まで考慮した場合の始動時過渡

場合の始動過渡トルクは2.4節で記した(8)を用いて得られる。(8)式は対称分で表わされた各高調波成分の過渡電流から成っているのので, (2.6)節で求めた(14)式~(16)式を(8)式に代入して計算すればよい。この計算を行なうために, n 次高調波電流の各対称分の各対称分を(19)式, (20)式の如く書く。

トルク T_c である。第7次高調波以上の成分を考慮する場合の過渡トルクは, これまでの計算手順とまったく同様にして求めることができる。この結果, (22)式からは定常時に電源周波数の6倍で, また, (附一1)式からは6倍および12倍の周波数で振動することがわかる。

任意のひずみ波電圧に対する過渡トルクは, その波形をフーリエ級数に展開し, 電圧の各高調波成分の大きさを求めて, $E_{1(n)}$ に代入すれば求められる。しかし, n が無限大まで計算することは出来ないし, また, 工学的にはその必要もない。計算精度は n をどこまで考慮するかによる。そこで, 計算式からわかるように, 任意の歪波電圧波形で I・M を駆動する場合のトルクは $E_{1(n)}, E_{1(m)}$ の積の関数となっていること, および許容誤差とを考慮して, 高調波成分を何次までとるかを定めるべきである。

$$T_A = U_1 [\Gamma_1 + \{\Gamma_2 \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_3 \varepsilon^{2\alpha_2 t}\} - \{A_1 \cos(\omega - \beta_1)t + B_1 \sin(\omega - \beta_1)t\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{A_2 \cos(\beta_1 - \beta_2)t + B_2 \sin(\beta_1 - \beta_2)t\} \varepsilon^{\alpha_1 + \alpha_2 t} - \{A_3 \cos(\omega - \beta_2)t + B_3 \sin(\omega - \beta_2)t\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$T_B = T_A - U_2 [\Gamma_4 \{A_4 \cos 6\omega t - B_4 \sin 6\omega t\} - \{\Gamma_5 \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_6 \varepsilon^{2\alpha_2 t}\} - \{(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_5 \cos \omega - \beta_1 t + B_5 \sin \omega - \beta_1 t) - (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)(A_6 \cos 5\omega + \beta_1 t + B_6 \sin 5\omega + \beta_1 t)\} \varepsilon^{\alpha_1 t} + \{(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(A_7 \cos \beta_1 - \beta_2 t + B_7 \sin \beta_1 - \beta_2 t) + (\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(A_8 \cos \beta_1 - \beta_2 t + B_8 \sin \beta_1 - \beta_2 t)\} \varepsilon^{\alpha_1 + \alpha_2 t} + \{(\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2)(A_9 \cos \omega - \beta_2 t + B_9 \sin \omega - \beta_2 t) - (\alpha_1^2 + \omega + \beta_1^2)(A_{10} \cos 5\omega + \beta_2 t + B_{10} \sin 5\omega + \beta_2 t)\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] - U_3 [\Gamma_7 - \Gamma_8 \varepsilon^{2\alpha_1 t} - \Gamma_9 \varepsilon^{2\alpha_2 t} - \{A_{11} \cos 5\omega + \beta_1 t + B_{11} \sin 5\omega + \beta_1 t\} \varepsilon^{\alpha_1 t} + \{A_{12} \cos \beta_1 - \beta_2 t + B_{12} \sin \beta_1 - \beta_2 t\} \varepsilon^{\alpha_1 + \alpha_2 t} - \{A_{13} \cos 5\omega + \beta_2 t + B_{13} \sin 5\omega + \beta_2 t\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \quad \dots\dots\dots(22)$$

ただし

$$U_1 = \frac{\frac{9}{4} M^2 R_2 (E_{1(1)})^2 q}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2) (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)}$$

$$U_2 = \frac{\frac{9}{4} M^2 R_2 E_1 E_{1(5)} q}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \omega - \beta_1^2) (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)}$$

$$U_3 = \frac{\frac{9}{4} M^2 R_2 (E_{1(5)})^2 q}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \alpha_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + 5\omega + \beta_1^2) (\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)}$$

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(\omega - \omega') \\ \Gamma_2 &= (\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)(\beta_1 - \omega') \\ \Gamma_4 &= 2(2\omega + \omega')(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) \\ \Gamma_5 &= 2(\beta_1 - \omega')(\alpha_2^2 + \omega - \beta_2^2)(\alpha_2^2 + 5\omega + \beta_2^2)(\alpha_1^2 - 5\omega + \beta_1\omega - \beta_1) \\ \Gamma_7 &= (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(5\omega + \omega') \\ \Gamma_8 &= (\alpha_2^2 + 5\omega + \alpha_2^2)(\beta_1 - \omega')\end{aligned}$$

$\Gamma_3, \Gamma_6, \Gamma_9$; それぞれ $\Gamma_2, \Gamma_5, \Gamma_8$, で α_1 と α_2, β_1 と β_2 を入れ換えた値

$$\begin{aligned}A_1 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\omega - \beta_2 - \alpha_2\omega + \beta_1 - 2\omega') + (\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 + \omega - \beta_2\beta_1 + \omega - 2\omega') \\ B_1 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 + \omega - \beta_1\beta_1 + \omega - 2\omega') + (\beta_1 - \beta_2)(\alpha_2\beta_1 + \omega - 2\omega' - \alpha_1\omega - \beta_2) \\ A_2 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 - \alpha_1\omega - \beta_2) + (\beta_1 + \beta_2 - 2\omega')(\alpha_1\alpha_2 + \omega - \beta_1\omega - \beta_2) \\ B_2 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 + \omega - \beta_1\omega - \beta_2) + (\beta_1 + \beta_2 - 2\omega')(\alpha_1\omega - \beta_2 - \alpha_2\omega - \beta_1) \\ A_4 &= (\alpha_1\alpha_2 - 5\omega + \beta_15\omega + \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) - (\alpha_15\omega + \beta_2 + \alpha_25\omega + \beta_1)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_1\omega - \beta_2) \\ B_4 &= (\alpha_15\omega + \beta_2 + \alpha_25\omega + \beta_1)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) + (\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_1\omega - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - 5\omega + \beta_15\omega + \beta_2) \\ A_5 &= \alpha_1\{(\alpha_1\beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) + (\alpha_1\omega - \beta_2 + \alpha_2\omega - \beta_1) \\ &\quad \times (\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)\} + (5\omega + \beta_1)\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2) \\ &\quad \times (\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) - (\alpha_1\beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\omega - \beta_2 + \alpha_2\omega - \beta_1)\} \\ B_5 &= \alpha_1\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) - (\alpha_1\beta_1 - \beta_2 + \alpha_1 - \alpha_22\omega' - \omega - \beta_1) \\ &\quad \times (\alpha_1\omega - \beta_2 + \alpha_2\omega - \beta_1)\} - (5\omega + \beta_1)\{(\alpha_1\beta_1 - \beta_2 + 2\omega' - \omega - \beta_1\alpha_2 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_1\omega - \beta_2) \\ &\quad + (\alpha_1\omega - \beta_2 + \omega - \beta_1\alpha_2)(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' - \omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)\} \\ A_6 &= \alpha_1\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2) - (\alpha_1 - \alpha_22\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1\beta_1 - \beta_2) \\ &\quad \times (\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2)\} + (5\omega + \beta_1)\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2) \\ &\quad + (\alpha_1 - \alpha_22\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2)\} \\ B_6 &= \alpha_1\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - \beta_1 - \beta_22\omega' + 5\omega - \beta_1)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2) + (\alpha_1 - \alpha_22\omega' + 5\omega - \beta_1 + \alpha_1\beta_1 - \beta_2) \\ &\quad \times (\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2)\} - (5\omega + \beta_1)\{(\alpha_1\alpha_1 - \alpha_2 - 2\omega' + 5\omega - \beta_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2) \\ &\quad - (2\omega' + 5\omega - \beta_1\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_1\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2)\} \\ A_7 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2) - (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2) \\ B_7 &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 - \omega - \beta_15\omega + \beta_2) + (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_2\omega - \beta_1 + \alpha_15\omega + \beta_2) \\ A_{11} &= \alpha_1(\alpha_1 - \alpha_25\omega + \beta_2 - \alpha_2\beta_1 - \beta_2) - (2\omega' + 5\omega - \beta_1)(\alpha_2\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_25\omega + \beta_2) \\ B_{11} &= \alpha_1(\alpha_2\alpha_1 - \alpha_2 + \beta_1 - \beta_25\omega + \beta_2) + (2\omega' + 5\omega - \beta_1)(\alpha_1 - \alpha_25\omega + \beta_1 - \alpha_2\beta_1 - \beta_2) \\ A_{12} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_15\omega + \beta_1 - \alpha_25\omega + \beta_1) - (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_1\alpha_2 + 5\omega + \beta_15\omega + \beta_2) \\ B_{12} &= (\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1\alpha_2 + 5\omega + \beta_15\omega + \beta_2) + (2\omega' - \beta_1 - \beta_2)(\alpha_15\omega + \beta_2 - \alpha_25\omega + \beta_1)\end{aligned}$$

$A_3, B_3, A_8 \sim A_{10}, B_8 \sim B_{10}, A_{13}, B_{13}$; それぞれ $A_1, B_1, A_7, A_5, A_6, B_7, B_5, B_6, A_{11}, B_{11}$, において α_1 と α_2, β_1 と β_2 を互いに入れ換えた値。

§ 4 数値計算

(4・1) 試料機定格と諸定数

数値計算に使用した試料機は第1表に示すような定格と諸定数を持つ巻線形三相誘導電動機である。巻線抵抗が1次と2次とでは多少異っていたが等しいとおいた。諸定数の算定には電圧降下法, 無負荷試験ならびに拘束試験から決定した。慣性モーメントは回転子を取り出して測定したし, 刺動係数は機械損から算出した。

第1表 試料機の定格および諸定数

定 格		諸 定 数
巻線型		$R_1 = R_2 = 0.394 \Omega$
定格出力	3.7KW	$I_1 + \frac{3}{2}L_1 = I_2 + \frac{3}{2}L_2 = 0.0566H$
電圧	200V	$\frac{3}{2}M = 0.054H$
電流	14.6A	$J = 7.65 \times 10^{-2} Nmsec^2/rad$
極数	4	$D_r = 5.16 \times 10^{-3} N. msrc/rab$
周波数	50HZ	

(4・2) 電源波形数

値計算を行った電源波形は次の3つの波形である。
 (1)正弦波基本波成分のみ), (2) n 次高調波電圧が基本波電圧に対し $1/n$ 倍だけ含まれる波形(矩形波), ならびに (3) $1/n^2$ 倍だけ含まれる波形(三角波)。ただし, (2)と(3)の波形はともに高調波電圧の位相差は零とする。

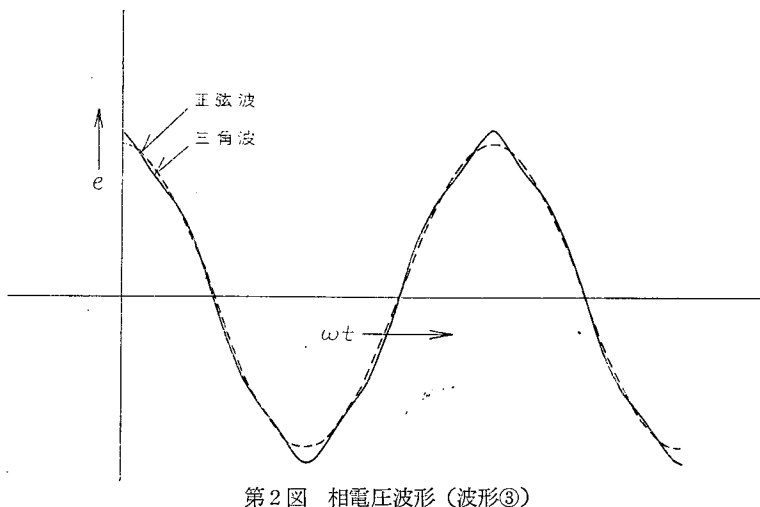
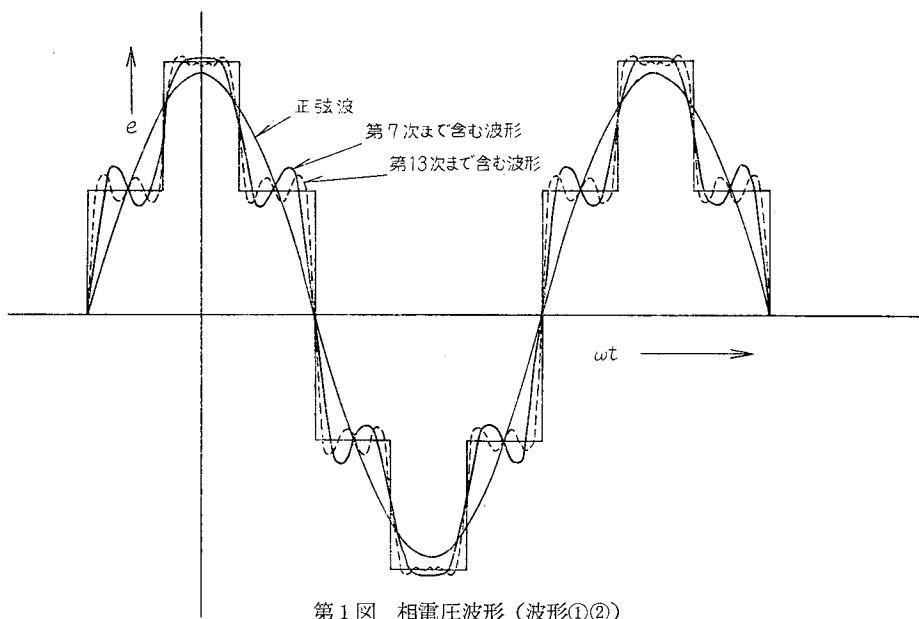
三相 $I \cdot M$ が星形結線で中性線がない場合は, 3の倍数の高調波電圧は相電圧には現われず, (1)式のような形式で書き表わされる。そこで, 電源波形の a 相電圧は第1図, 第2図のようになる。第1図は正弦波電圧と電源波形が前述の(2)の場合である。第2図は波形

が(3)の場合である。第1図には, 電源波形(2)の相電圧を高調波成分に分解して, 第7次および第13次高調波成分まで含む場合の波形も描いた。第2図は第43次高調波成分まで含む波形であるが, 第7次, 第13次高調波成分まで含む場合の波形とほとんど一致している。

第1図の電源波形(2)は23式で, 第2図の電源波形は24式で表示される。ただし, E は基本波の電圧である。

$$e_1 = E(\cos \omega t + 1/5 \cos 5\omega t - 1/7 \cdot \cos 7\omega t - 1/11 \cos 11\omega t + 1/13 \cdot \cos 13\omega t \cdots) \cdots \cdots (23)$$

$$e_2 = E(\cos \omega t + 1/25 \cdot \cos 5\omega t + 1/49 \cdot \cos 7\omega t + 1/121 \cdot \cos 11\omega t + \cdots) \cdots \cdots (24)$$



(4・3) 始動時過渡現象の数値解析

前節までに、静止している三相 I・M にひずみ波電圧をステップ状に印加し、じかん入れ始動した場合の電氣的、機械的な過渡現象の解析を行った。そして、(8)式などに 1 次電流を、(21)式(22)式などには過渡トルクを示した。その一次電流と過渡トルクは運動方程式と連立させて解けば値は求められるが、その運動方程式、(9)式は、発生トルク T が t および ω' 関数であるから手計算では数値計算できない。そこで、(9)式をデジタル電子計算機を用いて数値計算した。その方法は、常微分方程式の数値計算に一般に用いられている Runge-Kutta 法によった。計算きざみは電源基本波周波数を 50Hz とした時、正弦波電圧駆動の場合には、0.002 秒とし、ひずみ電圧駆動の場合には、すべて 0.0002 秒とした。計算回数は電氣的回転角速度 ω' が 313.5(rad/sec)になるまで行った。

なお、運動方程式において、制動負荷と一定負荷は始動時には、慣性負荷に比べ非常に小さいとして無視した。

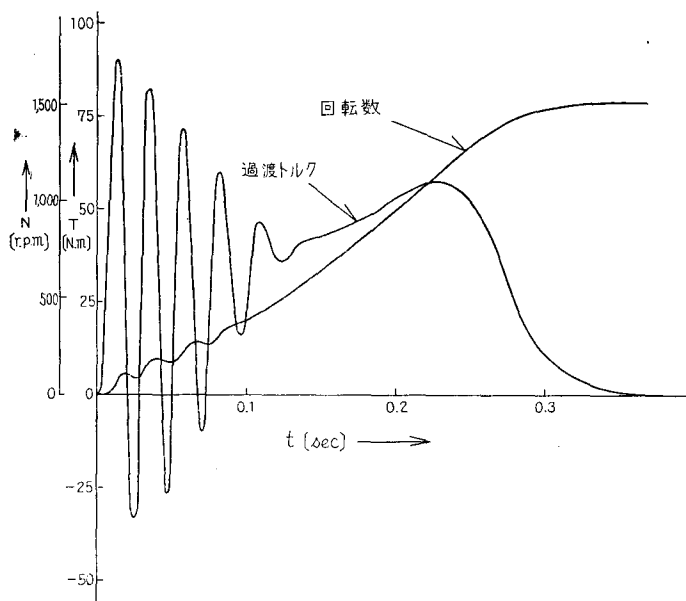
第 3 図は、線間電圧、200V、周波数 50Hz、の正弦波電圧で三相 I・M を始動した時の過渡トルクと回転数の時間的変化を数値計算した結果である。この正弦波電圧駆動時の始動過渡現象については、文献(13)に詳しく報告している。

§ 5 ひずみ波電圧駆動による三相 I・M の始動時過渡特性

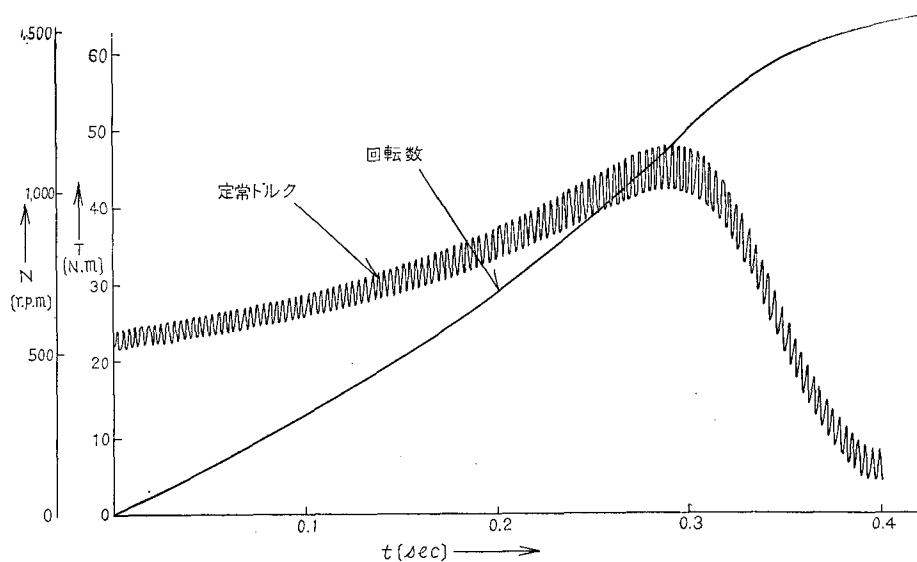
(5・1) 矩形波駆動による始動時過渡特性

相電圧波形として (4・2) 節の電源波形(2)、即ち、(23)式が与えられた場合の始動時過渡現象を数値解析した。その波形に線間電圧は矩形波となる。基本波電圧の周波数はすべて 50Hz とした。

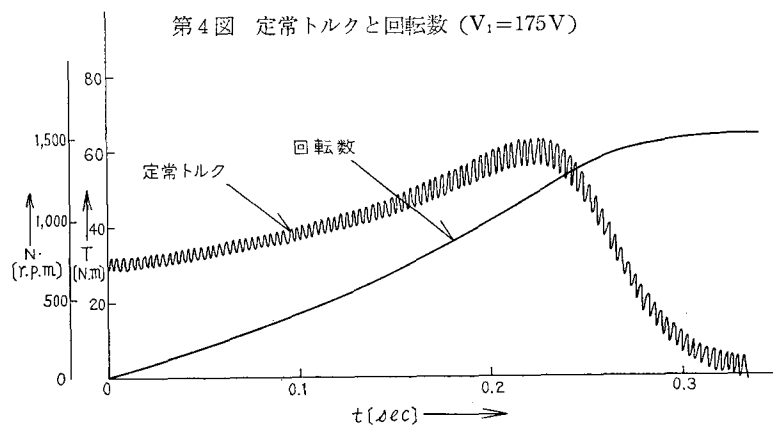
第 4 ～ 図 6 第図は基本波線間電圧の実効値が 175V、200V、254.8V で、トルクを時間的に減衰しない項だけ (定常トルク) とした場合の数値計算結果である。この計算では、(23)式で表わされる電圧の力 13 高調波までを考慮した。この結果より定常時に振動トルクが発生することがわかる。



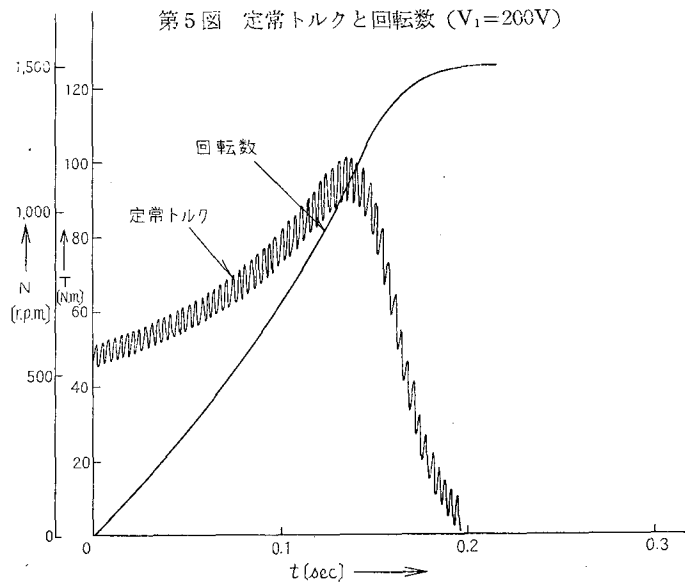
第 3 図 始動時過渡トルと回転数 (正弦波電圧駆動 電圧 200V)



第4図 定常トルクと回転数 ($V_1 = 175\text{V}$)



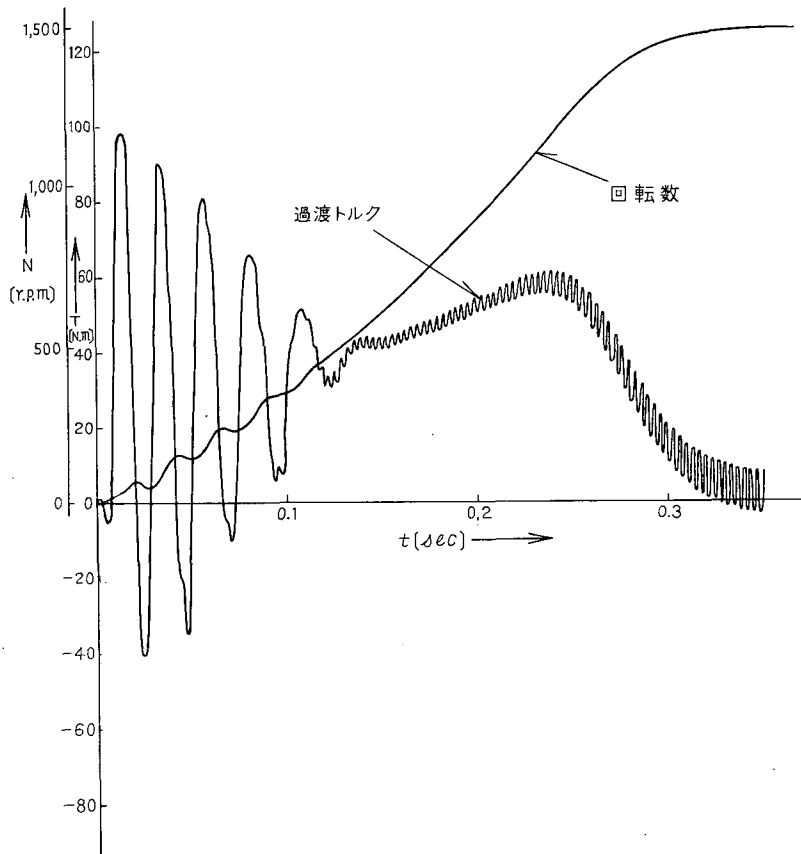
第5図 定常トルクと回転数 ($V_1 = 200\text{V}$)



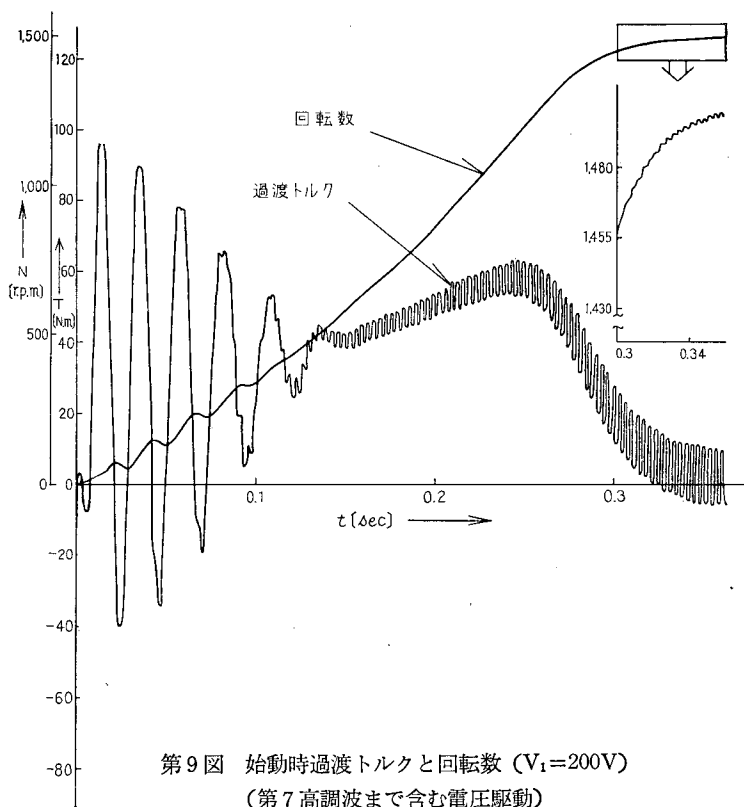
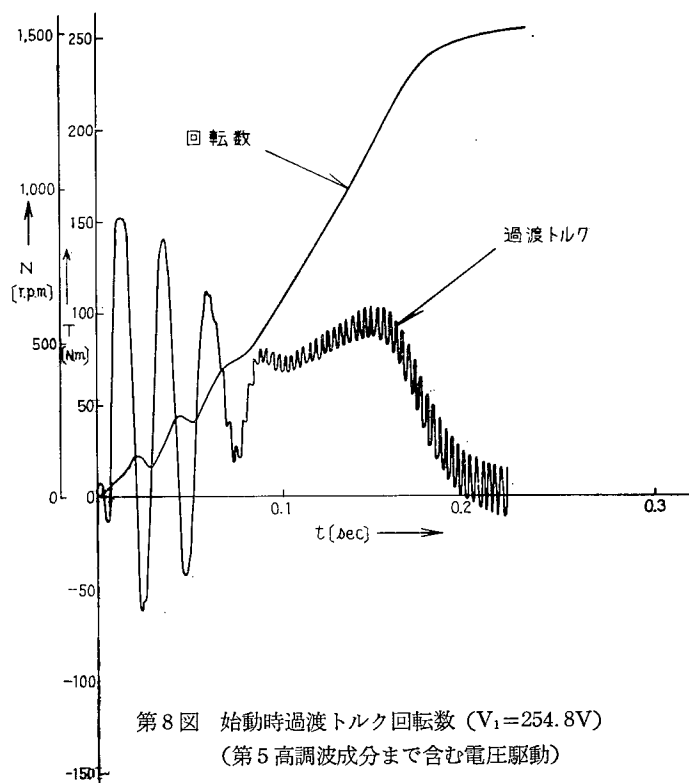
第6図 定常トルクと回転数 ($V_1 = 254.8\text{V}$)

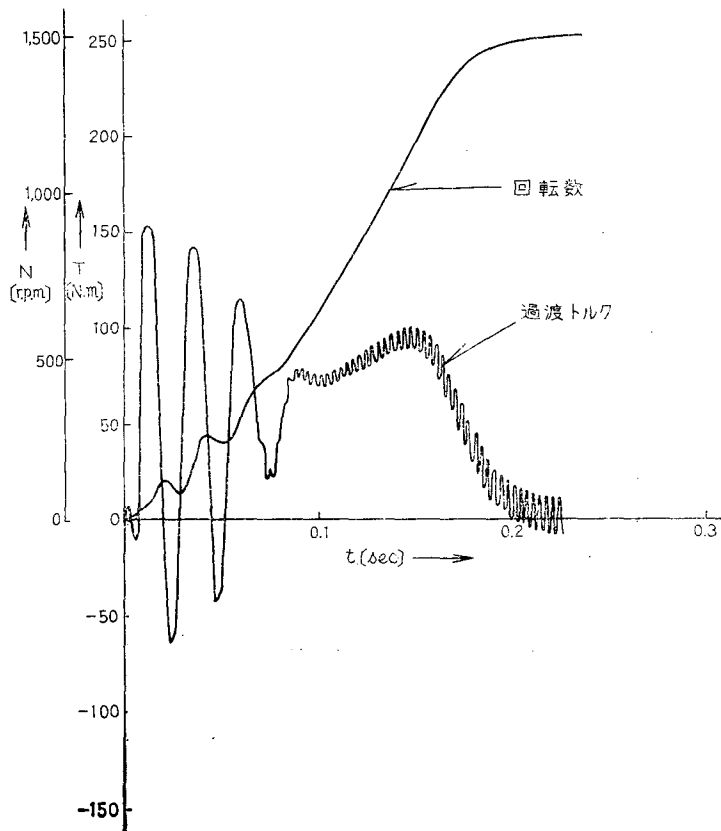
第7図～第8図に、基本波線間電圧が200V，254.8Vで、第5次高調波成分まで考慮した時の始動時過渡トルクと回転数の時間的变化を示した。基本波電圧が等しい正弦波電圧駆動時に比べ、過渡最大とトルクが大きく変化している。

第9図～第10図に、基本波線間電圧が200V，254.8V，であり、第7次高調波まで考慮した時の始動時過渡トルクと回転数の時間的变化を示した。この高調波まで含む場合と先の第5次まで含む場合の始動特性はほとんど等しい。



第7図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1=200V$)
(第5高調波まで含む電圧駆動)





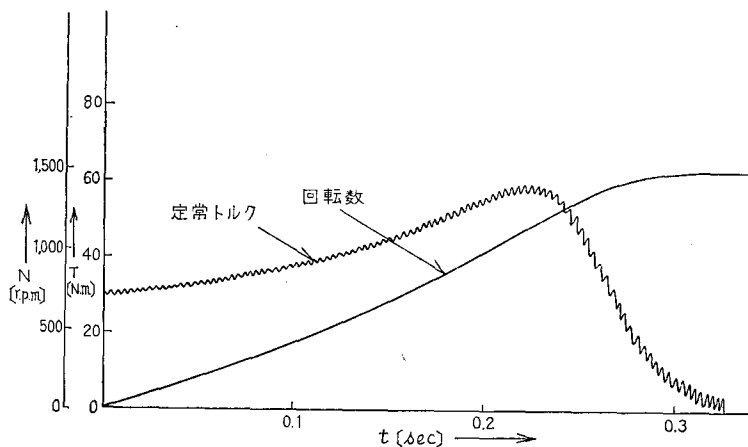
第10図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1=254.8V$) (第7高調波まで含む電圧駆動)

(5・2) 三角波駆動による始動時過渡特性

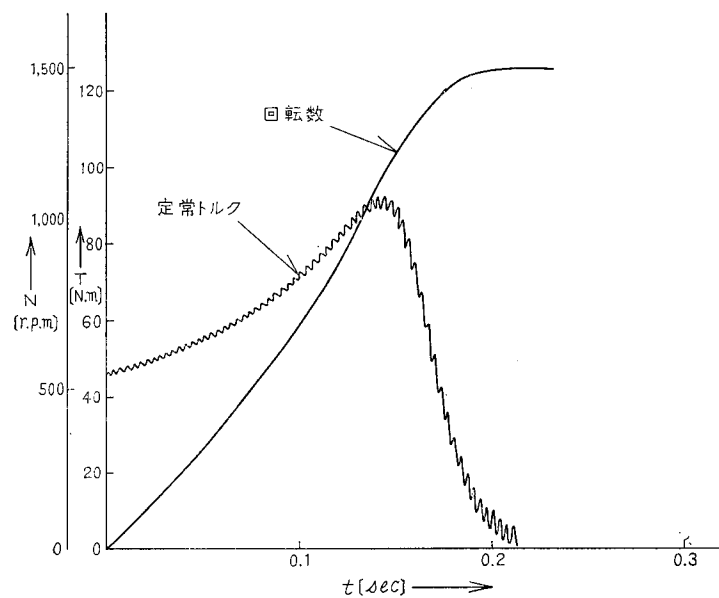
相電圧波形として(4.2)節の電源波形(3), すなわち, 24式が与えられた場合の始動時過渡現象を数値解析した。その波形の線間電圧は3角波となる。ここでも基本波電圧の周波数はすべて50Hzとした。

第11図～第12図に, 基本波線間電圧の実効値が200V,

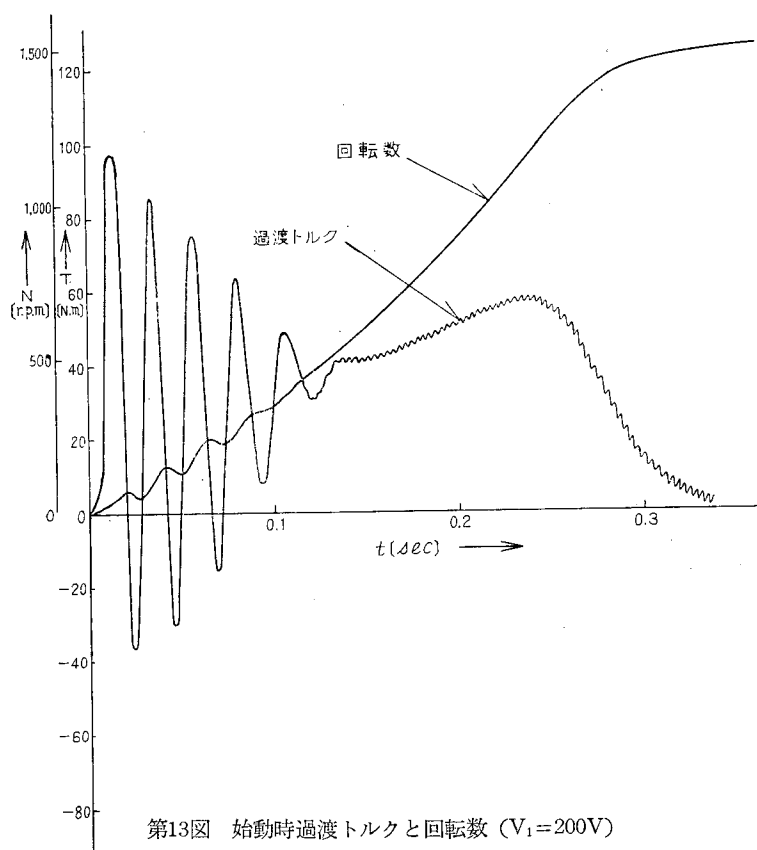
250Vであり, トルクを時間的に減衰しない項だけとした場合のトルクと回転数の関係を示した。波形は第13次高調波成分まで考慮したが, 高調波成分の含有率が前述の矩形波に比べて低いので, 定常振動トルクの大きさも少くなっている。



第11図 定常トルクと回転数 ($V_1=200V$) (第13高調波まで含む波形駆動)



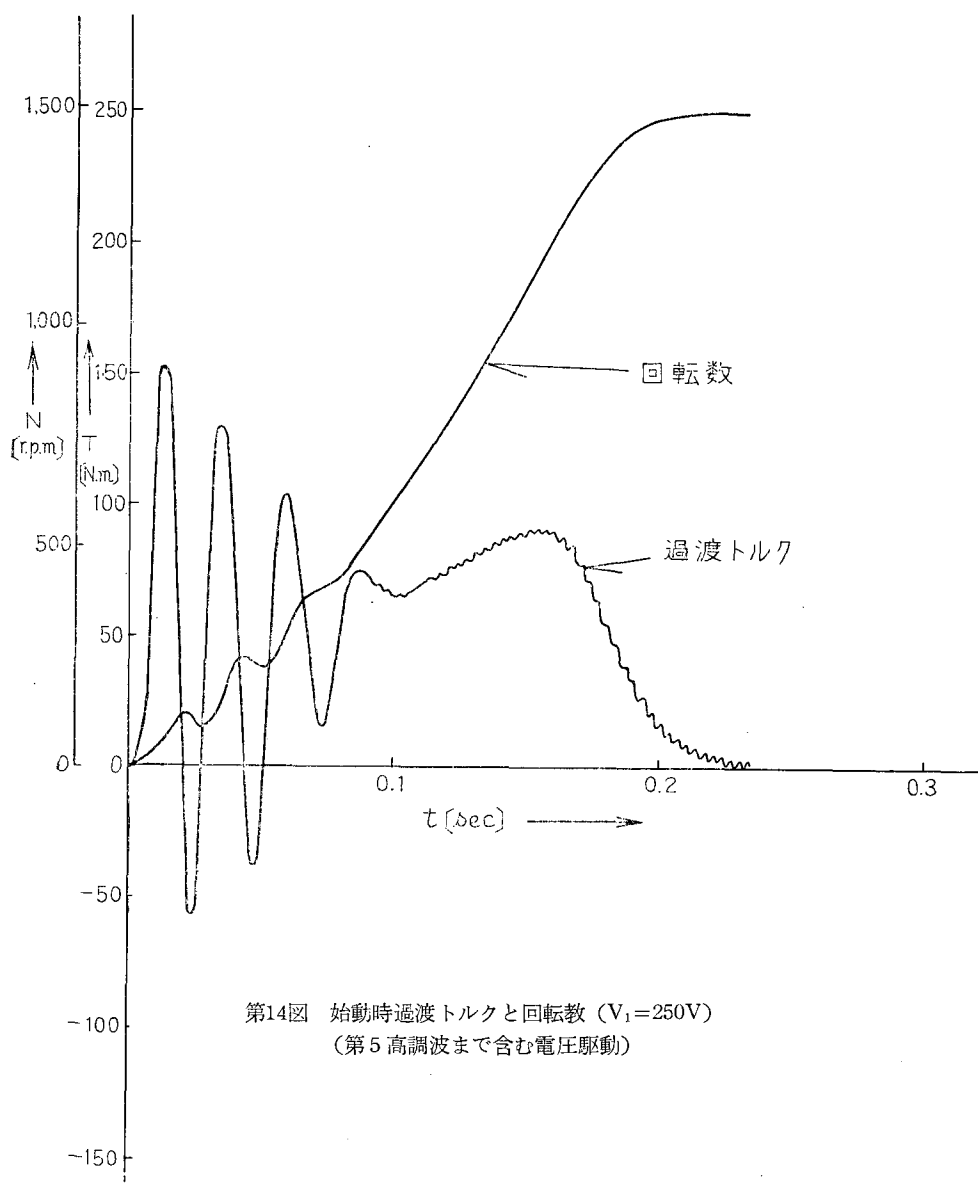
第12図 定常トルクと回転数 ($V_1 = 250V$)
(第13高調波まで含む電圧駆動)



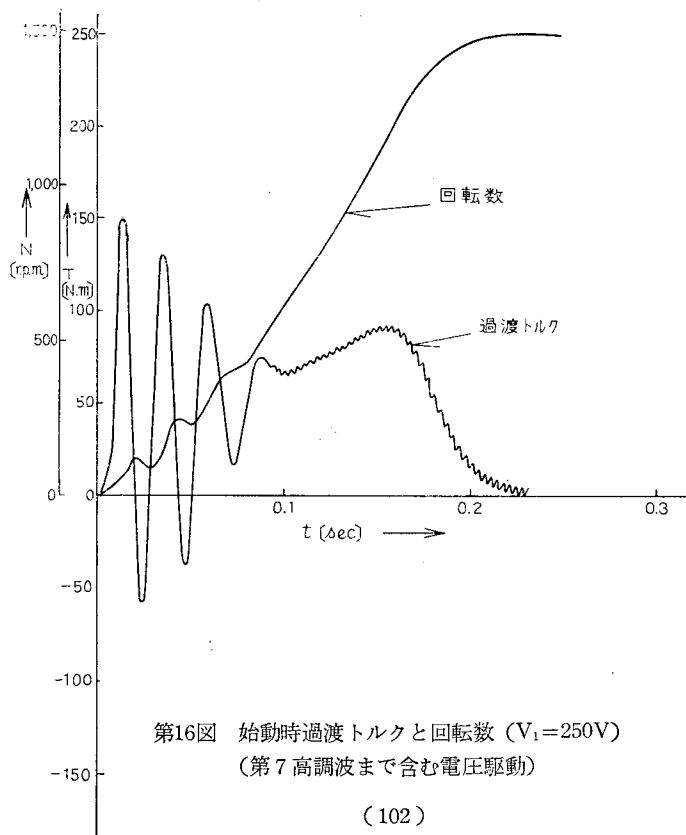
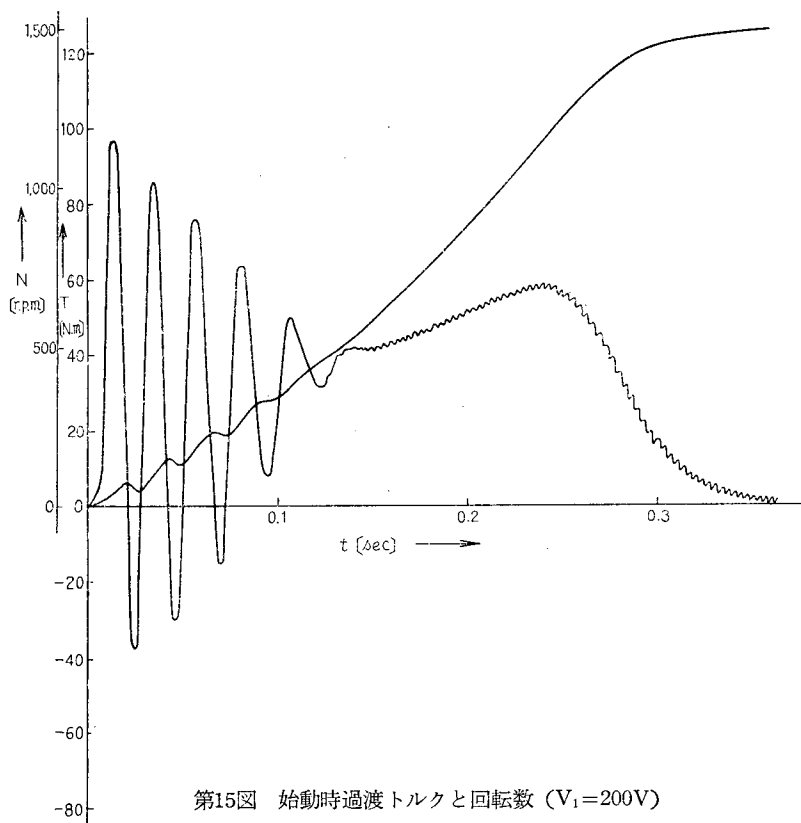
第13図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1 = 200V$)
(第5高調波まで含む電圧駆動)

第13図，第14図に，基本波線間電圧が200V，250Vであり，第5次高調波成分まで含む電圧で駆動したときの始動時過渡トルクと回転数の時間的变化を示した。

第15図～第16図は，基本波線間電圧200V，250Vであり，第7次高調波成分まで考慮した場合の始動時過渡トルクと回転数の時間的变化である。



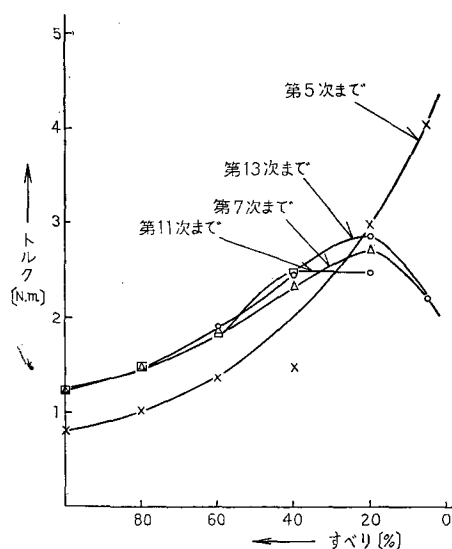
第14図 始動時過渡トルクと回転数 ($V_1=250V$)
(第5高調波まで含む電圧駆動)



§ 6 第図第図歪波電圧駆動による三相 $I \cdot M$ の トルク諸特性に対する検討

(6.1) 定常状態でのトルク特性

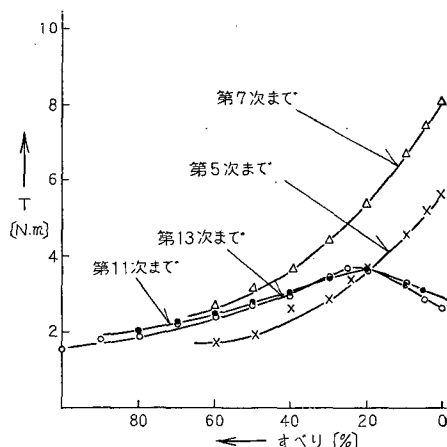
ひずみ波電圧で駆動した場合の定常時に、振動トルクが現われることは、(21)式、(22)式ならびに(附-1)式でもわかるし、その数値計算結果にも現われている。この振動トルクは正弦波電圧駆動時には現われないものである。振動トルクの周波数は、 $6f$ 、 $12f$ 、 $18f$ 、……など源基本波周波数の6の倍数であり、それらの周波数のトルクが重畳したものである。そして、その大きさは、第17図～第19図に示す如く、速度により変化する。そのグラフには、電源波形が(2)の矩形波であると、基本波線間電圧は175V、200V、254.8Vの場合の定常振動トルクとすべりの関係を示している。そこには、第5次、第7次、第11次および第13次高調波成分まで含む電圧駆動時を示している。



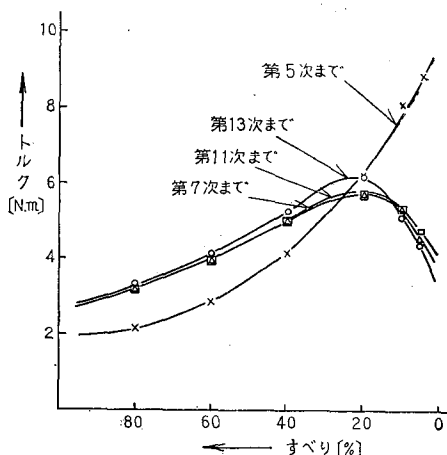
第17図 定常振動トルクの大きさ(振幅値)
($V_1=175V$)

第20図～第22図には、電源波形が(3)の三角波であり、基本波線間電圧が162.07V、200V、250V、の場合の定常振動トルクとすべりの関係を図示した。各々のグラフに、第5次、第7次、第11次および第13次高調波まで含む電圧で駆動した場合の特性を示した。

定常振動トルクは、当然、低次高調波の含有率が高いほど大きくなる。また、その大きさは、すべりが少なくなるに従って、一様にはないが大きくなっている。この結果より、定常振動トルクが大きくなると、速度の変動を起すことがわかる。

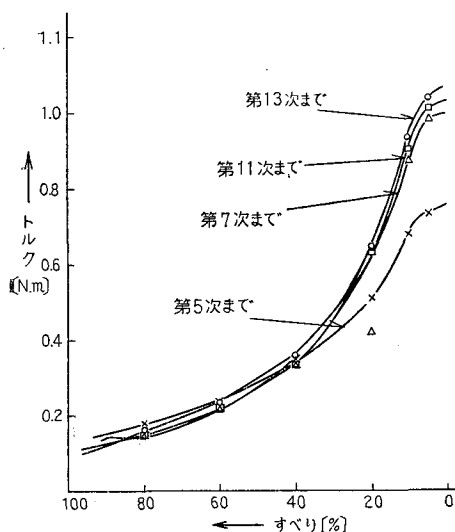


第18図 定常振動トルクの大きさ(振幅値)
($V_1=200V$)

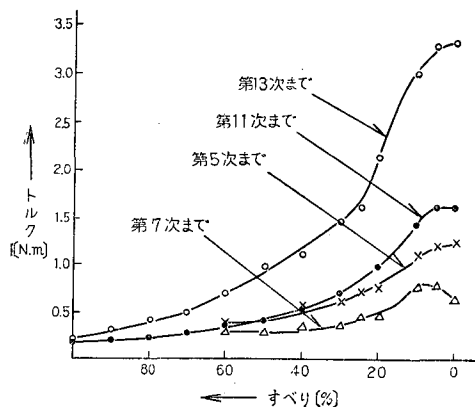


第19図 定常振動トルクの大きさ(振幅値)
($V_1=254.8V$)

定常平均トルクは、同一高調波成分の定常電流の積に比例している。しかし、周波数が高くなるとインピーダンスが大きくなるために、その高調波成分の電流は小さくなる。そこで、高調波の次数が高いほどその電流による定常平均トルクは非常に小さくなる。



第20図 定常振動トルクの大きさ (振幅値)
($V_1=162.07V$)

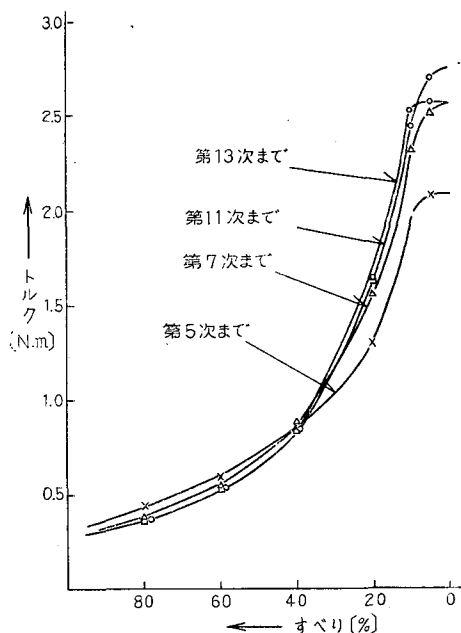


第21図 定常振動トルクの大きさ (振幅値)
($V_1=200V$)

〔6・2〕 始動時過渡トルク特性

三相 $1 \cdot M$ の始動時過渡トルクが電源波形によって、どのような影響をうけるかを解析し、数値計算してきたが、その結果より次のことが明らかとなった。前述の電源波形駆動での主要な結果をまとめると (1) 始動時過渡トルク (2) 始動時間などの諸特性は以下になる。

(1) 始動時過渡トルク； 過渡振動トルクの周波数は 42.5Hz 程度であり、正弦波電圧駆動時のそれにほとんど等しい。その大きさは、時間的には指数関数に減衰し、消滅サイクルは、基本波電圧が等しければ同じであり、ほとんど波形には無関係である。ただし、歪波駆動時には、定常状態に発生する振動トルクに重畳している。



第22図 定常振動トルクの大きさ (振幅値)
($V_1=250V$)

(2) 始動時間 (すべりが 4% までの時間)； 正弦波駆動時に比べ、基本波電圧が等しい場合に、第5次、第7次高調波まで含む電圧駆動時には、2つの波形とも、わずかに長くなる。

§ 7 むすび

本論文において、ひずみ波電圧駆動による三相 $1 \cdot M$ の始動時過渡特性を論じた。その解析方法として、ひずみ波電圧をフーリエ級数で表示し、重畳の理、瞬時対称座標法ならびにラプラス変換法を用い、始動過渡時電流、過渡トルク、などの計算式を導いた。

電源波形として、線間電圧が(1)正弦波、(2)矩形波、(3)三角波で与えられる種類の場合について、特性を比較、検討した。

その結果、次の特性が明らかになった。

(1) 始動時過渡トルクは、正弦波電圧駆動時と同じく、時間的には指数関数的に減衰する振動トルクである。その周波数は電源基本波周波数よりも 7.5Hz 程度少い。

(2) 歪波電圧駆動時は、正弦波電圧駆動時には発生しない振動トルクが定常時に発生する。その周波数は基本波数の6の倍数である。

なお、この振動トルクは、電流は空間的には正弦波状磁束分布を作るという仮定により、スロットによる影響ではなく、電源の高調波成分による影響である。

今回の報告では、電源波形が与えられた後の始動時

過渡トルクや定常振動トルクなどにおよぼすひずみ波電圧の影響は論じたが、高調波成分の各々による影響やS・C・Rインバータなどの電源の影響は論じていない。それらの諸問題や電源周波数によって始動時過渡特性がいかに変化するかについては今後検討し、報告したい。

筆を置くに当り、筆者の一人(松瀬)が日頃、御鞭撻いただいている本学、田中庄蔵教授、山口宗五郎教授ならびに天野正章助教授に感謝の意を表します。また、デジタル計算機の使用に当って、小川康男教授、本多高講師ならびに森田女史はじめの計算センターの方々のご協力を得たことを附記し、各位に感謝の意を表します。

尚、本論文における数値計算は総て、明大計算センターに設置してあるOKITAC-5090Mによって行なった。

文 献

- (1) 松瀬・高木；明大工研報告 No. 23 II-96(昭43)
- (2) 松瀬・高木；電学誌 vol. 90, NO.4 pp691~700 (昭45)
- (3) 松瀬・西山・高木；明大工研報告 No. 24 II-113 (昭44)
- (4) 例えば、F・M・H aughes, A. S. Aldred；PIEE vol.111 No.12('64)
竹内寿太郎；Matrix Theory of Electrical Machinery オーム社 ('67)
- (5) 原島、内田；電学誌 vol. 89—12 No. 975(昭44)
- (6) 関口；電学誌 vol.90 No. 2 (昭44)
- (7) 竹内など；電学誌 vol. 88No.335 (昭44)
- (8) P. C. Krause, I, R, Hake；IEEE Trans. Power Apps. & Syst vol.88 No.11('69)
- (9) T. A. hipo etc；IEEE Trans. Power. & Syst vol.88. NO. 5('69)
- (10) Зфендизаде.А.А；Изв. Акад. Наук. СССР. Энерг д Трансп vol.5('69)
- (11) 松瀬・西山・高木；電気学会東京支部大会 No.127(昭45)
- (12) 松瀬・西山・高木；電学誌 vol. 91 No. 7 (昭46年)
- (13) 松瀬・西山・高木；明大工研報告 No. 24 II-131 (昭46年)

附録 第7次高調波成分まで含む電圧駆動時の過渡トルク

$$\begin{aligned}
 T_C = & T_B + U_4 [\Gamma_{19} \{A_{14} \cos 6\omega t - B_{14} \sin 6\omega t\} + \Gamma_{11} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{12} \varepsilon^{2\alpha_2 t} \\
 & - \{(\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})(A_{15} \cos \overline{\omega - \beta_1 t} + B_{15} \sin \overline{\omega - \beta_1 t}) + (\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(A_{16} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} \\
 & + B_{16} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t})\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{(\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2})(\alpha_2^2 + \overline{\omega - \beta_2^2})(A_{17} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{17} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}) \\
 & + (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2})(\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})(A_{18} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{18} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t})\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} \\
 & - (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2})(A_{19} \cos \overline{\omega - \beta_2 t} + B_{19} \sin \overline{\omega - \beta_2 t}) + (\alpha_1^2 + \overline{\omega + \beta_1^2})(A_{20} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} \\
 & + B_{20} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t})\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] + U_5 [\Gamma_{13} \{A_{21} \cos 12\omega t - B_{21} \sin 12\omega t\} + \Gamma_{14} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{15} \varepsilon^{2\alpha_2 t} \\
 & - \{(\alpha_2^2 + \overline{5\omega + \beta_2^2})(A_{22} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} + B_{22} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t}) - (\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})(A_{23} \cos \overline{5\omega + \beta_1 t} \\
 & + B_{23} \sin \overline{5\omega + \beta_1 t})\} \varepsilon^{\alpha_1 t} - \{(\alpha_1^2 + \overline{5\omega + \beta_1^2})(\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})(A_{24} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{24} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}) \\
 & + (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2})(\alpha_2^2 + \overline{5\omega + \beta_2^2})(A_{25} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{25} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t})\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} \\
 & - \{(\alpha_1^2 + \overline{5\omega + \beta_1^2})(A_{26} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} + B_{26} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t}) - (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2})(A_{27} \cos \overline{5\omega + \beta_2 t} \\
 & + B_{27} \sin \overline{5\omega + \beta_2 t})\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] + U_6 [\Gamma_{16} + \Gamma_{17} \varepsilon^{2\alpha_1 t} + \Gamma_{18} \varepsilon^{2\alpha_2 t} - \{A_{28} \cos \overline{7\omega - \beta_1 t} + B_{28} \sin \overline{7\omega - \beta_1 t}\} \omega^{\alpha_1 t} \\
 & - \{A_{29} \cos \overline{\beta_1 - \beta_2 t} + B_{29} \sin \overline{\beta_1 - \beta_2 t}\} \varepsilon^{(\alpha_1 + \alpha_2)t} - \{A_{30} \cos \overline{7\omega - \beta_2 t} + B_{30} \sin \overline{7\omega - \beta_2 t}\} \varepsilon^{\alpha_2 t}] \dots\dots\dots (附-1)
 \end{aligned}$$

但し

$$\begin{aligned}
 U_4 = & \frac{9}{4} \frac{M^2 q R_2 E_{1(7)} E_{1(1)}}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_1^2}) (\alpha_1^2 + \overline{\omega - \beta_2^2}) (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})} \\
 U_5 = & \frac{9}{4} \frac{M^2 q R_2 E_{1(5)} E_{1(7)}}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \overline{5\omega + \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{5\omega + \beta_2^2}) (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})} \\
 U_6 = & \frac{9}{4} \frac{M^2 q R_9 (E_{1(7)})^2}{K^2 (\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2) (\alpha_1^2 + \overline{7\omega - \beta_1^2}) (\alpha_2^2 + \overline{7\omega - \beta_2^2})} \\
 \Gamma_{16} = & 2(\alpha_1 - \alpha_2^2 + \beta_1 - \beta_2^2)(4\omega - \omega')
 \end{aligned}$$

$$\Gamma_{11}=2(\beta_1-\omega')(\alpha_2^2+\overline{\omega-\beta_2^2})(\alpha_2^2+\overline{7\omega-\beta_2^2})(\alpha_1^2+\overline{7\omega-\beta_1\omega-\beta_1})$$

$$\Gamma_{13}=2(\omega-\omega')(\overline{\alpha_1-\alpha_2^2}+\overline{\beta_1-\beta_2^2})$$

$$\Gamma_{14}=2(\beta_1-\omega')(\alpha_2^2+\overline{5\omega+\beta_2^2})(\alpha_2^2+\overline{7\omega-\beta_2^2})(\alpha_1^2-\overline{5\omega+\beta_1\overline{7\omega-\beta_1}})$$

$$\Gamma_{16}=(7\omega-\omega')(\overline{\alpha_1-\alpha_2^2}+\overline{\beta_1-\beta_2^2})$$

$$\Gamma_{17}=(\beta_1-\omega')(\alpha_2^2+\overline{7\omega-\beta_2^2})$$

$\Gamma_{12}, \Gamma_{15}, \Gamma_{18}$ はそれぞれ $\Gamma_{11}, \Gamma_{14}, \Gamma_{17}$ において, α_1 と α_2 , β_1 と β_2 を各々入れ換えた値に等しい。

$$A_{14}=(\alpha_1\alpha_2-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})(\alpha_1\alpha_2-\overline{7\omega-\beta_1\overline{7\omega-\beta_2}})+(\alpha_2\overline{\omega-\beta_1}+\alpha_1\overline{\omega-\beta_2})(\alpha_2\overline{7\omega-\beta_1}+\alpha_1\overline{7\omega-\beta_2})$$

$$B_{14}=(\alpha_1\alpha_2-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})(\alpha_2\overline{7\omega-\beta_1}+\alpha_1\overline{7\omega-\beta_2})-(\alpha_2\overline{\omega-\beta_1}+\alpha_1\overline{\omega-\beta_2})(\alpha_1\alpha_2-\overline{7\omega-\beta_1\overline{7\omega-\beta_2}})$$

$$A_{15}=\alpha_1\{(\alpha_1\overline{\beta_1-\beta_2}+\alpha_1-\alpha_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega})(\alpha_1\alpha_2-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})+(\alpha_1\overline{\omega-\beta_2}+\alpha_2\overline{\omega-\beta_1})(\alpha_1\alpha_1-\alpha_2$$

$$-\overline{\beta_1-\beta_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega}})\}-(7\omega-\beta_1)\{(\alpha_1\overline{\alpha_1-\alpha_2}-\overline{\beta_1-\beta_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega}})(\alpha_1\alpha_2-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})$$

$$-(\alpha_1\overline{\beta_1-\beta_2}+\alpha_1-\alpha_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega})(\alpha_1\overline{\omega-\beta_2}+\alpha_2\overline{\omega-\beta_1})\}$$

$$B_{15}=\alpha_1\{(\alpha_1\overline{\alpha_1-\alpha_2}-\overline{\beta_1-\beta_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega}})(\alpha_1\alpha_2-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})-(\alpha_1\overline{\beta_1-\beta_2}$$

$$+\alpha_1-\alpha_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega})(\alpha_1\overline{\omega-\beta_2}+\alpha_2\overline{\omega-\beta_1})\}+(7\omega-\beta_1)\{(\alpha_1\overline{\beta_1-\beta_2}+\alpha_1-\alpha_2\overline{2\omega'-\beta_1-\omega})(\alpha_1\alpha_2$$

$$-\overline{\omega-\beta_1\omega-\beta_2})+(\alpha_1\overline{\omega-\beta_2}+\alpha_2\overline{\omega-\beta_1})(\alpha_1\alpha_1-\alpha_2-\overline{2\omega'-\beta_1-\omega\overline{\beta_1-\beta_2}})\}$$

$$A_{17}=(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_2\overline{\omega-\beta_1}-\alpha_1\overline{7\omega-\beta_2})-(2\omega'-\beta_1-\beta_2)(\alpha_1\alpha_2+\overline{\omega-\beta_1\overline{7\omega-\beta_2}})$$

$$B_{17}=(\alpha_1-\alpha_2)(\alpha_1\alpha_2+\overline{\omega-\beta_1\overline{7\omega-\beta_2}})+(2\omega'-\beta_1-\beta_2)(\alpha_2\overline{\omega-\beta_1}-\alpha_1\overline{7\omega-\beta_2})$$

$A_{16}, B_{16}, A_{18}, B_{18}, A_{21}\sim A_{30}, B_{21}\sim B_{30}$ はそれぞれ, $A_{15}, B_{15}, A_{17}, B_{17}, A_4\sim A_{10}, A_1\sim A_3, B_4\sim B_{10}, B_1\sim B_3$ で ω を 7ω とした値に等しい。

$A_{19}, B_{19}, A_{20}, B_{20}$ はそれぞれ $A_{15}, B_{15}, A_{16}, B_{16}$, において, α_1 と α_2 , β_1 と β_2 とを互に入れ換えた値に等しい。